Norbert Herrmann

Können Hunde rechnen?

Oldenbourg

Inhaltsverzeichnis

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

Kapitel 16

Wann ist denn nun Ostern?

Ostern gibt es ein mathematisches Problem? Gar das Osterhasenproblem? Nein, davon wollen wir hier nicht sprechen, obwohl es sicher auch ganz lustig ist. Unsere Frage gilt dem Ostertermin.

Das Oster-Problem
Wann ist eigentlich Ostern?

Tatsächlich hat hier die Mathematik ein gehöriges Wort mitzusprechen.

16.1 Geschichtliches

Greifen wir zuerst etwas in die Bildungskiste. Ostern ist im christlichen Glauben das Fest der Auferstehung von Jesus aus dem Grab. Dies geschah laut Bibel am Sonntag nach dem Passah-Fest. Dieses Fest der Ju-

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

den erinnert an den Auszug der Israeliten aus Ägypten. Es wurde und wird traditionsgemäß am ersten Frühlingsvollmond gefeiert.

Also noch einmal ganz genau:

- Jesus wurde laut Bibel am Freitag gekreuzigt, am Samstag war dann das Passah-Fest, also der Vollmondtag, und am Sonntag fanden die Frauen das leere Grab. Damit ist klar, dass das Osterfest nicht am Vollmondtag des Frühlings stattfinden kann, sondern erst danach. Dies ist eine der Festlegungen, die bereits im ersten Konzil von Nicäa getroffen wurden.

- Schon sehr früh in der Christenheit war man einig, dass Ostern an einem Sonntag gefeiert werden sollte. Der Vollmond hält sich aber nicht an die Wochentage.

- Ostern sollte im Frühling liegen. Der Frühling beginnt, wenn im Frühjahr Tag und Nacht gleich lang sind. Man nennt den Tag *Frühlingsäquinoktium* oder *Frühlings-Tag-und-Nacht-Gleiche*. Das ist zugleich der Tag, an dem die Sonne senkrecht über dem Äquator steht. Im Herbst gibt es noch mal einen solchen Tag.

- Dann legte man schon im 3. oder 4. Jahrhundert fest, dass der Frühling am 21. März beginnt. Die Astronomen beobachten zwar, dass der Frühlingsanfang zwischen dem 19. März und dem 21. März liegen kann, aber so eine Festlegung macht die Rechnerei erheblich leichter.

Geschichtlich sollte man jetzt noch anmerken, dass sich das Konzil zu Nicäa im Jahre 325 n. Chr. zwar intensiv mit der Frage des Osterfestes befasste, aber nicht festlegte, wann dieser Tag gefeiert werden sollte. Das Hauptanliegen dieses Konzils war es, in der gesamten Christenheit ein einheitliches Datum für Ostern zu finden. Dies gelang erst wirklich

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

Dionysius Exiguus mit seinen Ostertafeln um 530 n. Chr., die später allgemeinverbindlich wurden.

Auf Grund der Darstellung in der Bibel kam es zu der Osterregel:

Oster-Problem

Das Osterfest liegt stets am ersten Sonntag
nach dem ersten Vollmond im Frühling.

Diese einfache Merkregel jetzt noch einmal zum Mitschreiben:

- Erst kommt der Frühlingsanfang am 21. März.
- Dann kommt Vollmond, eventuell gleichzeitig mit dem Frühlingsanfang.
- Nach dem ersten Vollmond kommt der Sonntag.

Erinnert Sie das nicht auch an das alte Kinderlied:

> Erst kommt der Sonnenkäferpapa.
> Dann kommt die Sonnenkäfermama.
> Und hinterdrein, ganz klimperklein, die Sonnenkäferkinderlein.

Also gut, wir hören ja schon auf.

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

16.2 Ostern vor der Kalenderreform

In den Jahren bis 1582 lebte man in der damals bekannten Welt nach dem bereits von Gaius Iulius Cäsar eingeführten Kalender. Schon lange hatten die Astronomen beobachtet, dass ein Jahr nicht genau 365 Tage dauerte, sondern noch ungefähr einen Vierteltag länger war. Also beschloss Cäsar, alle vier Jahre zusätzlich einen Schalttag einzulegen. Das hielt man so munter durch und konnte mit dieser einfachen Schaltregel auch recht leicht das Datum des Osterfestes berechnen.

Dabei ergaben sich einige Besonderheiten.

1. Ostern lag nie am 26. April. Das äußerste Datum war der 25. April.
2. Außerdem kannte man den Zyklus von 19 Jahren. Nach 19 Jahren nimmt der Mond wieder (fast) dieselbe Stellung zur Erde an, Vollmond fällt (fast) auf dasselbe Datum. In einem solchen Zyklus von 19 Jahren fiel Ostern nie zweimal auf dasselbe Datum.

Diese beiden Punkte waren und sind nicht aus der Geschichte herleitbar, sie haben sich einfach so ergeben. Das sollte aber erhebliche Auswirkungen auf die Kalenderreform nach 1582 haben, denn eines der Hauptgesetze besagt:

Das war schon immer so!

Diese beiden Punkte mussten also dringend beibehalten werden.

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

16.3 Ostern nach der Kalenderreform

Die Schaltregel von Cäsar war nur eine grobe Näherung. In Wirklichkeit ist ein Jahr nicht ganz einen Vierteltag länger.

> Ein astronomisches Jahr dauert 365 Tage, 5 Stunden, 48 Minuten und 46 Sekunden.

Das sah nach einer minimalen, also zu vernachlässigenden Differenz aus. Aber im Laufe von Jahrhunderten schaukelt sich so etwas schon auf. So verschob sich der Tag, den man als Frühlingsanfang feierte, immer mehr vom wahren Frühlingsanfang weg Richtung Sommer. Das dauerte bis zum Jahr 1582, wo es Papst Gregor VII zu bunt wurde – gerade in Bezug auf das Osterfest. Dieses sollte ja schließlich möglichst nahe am Frühlingsanfang liegen. Er beauftragte eine Kommission mit einer völligen Neubestimmung des Kalenders und damit auch des Osterfestes. Man stelle sich diese Arbeit nicht zu leicht vor. Es galt, die damals über Jahrhunderte gültigen Regeln möglichst optimal zu bewahren und geichzeitig den astronomischen Gegebenheiten anzupassen.

Ein Vierteltag sind genau 6 Stunden. Das sind also 11 Minuten und 14 Sekunden zu viel gegenüber den wahren Verhältnissen. Alle vier Jahre ein Schalttag sind dann schon (4 mal 11 Min., 14 Sek., also ca. 45 Minuten zu viel. Alle vierhundert Jahre hat sich das zu drei Tagen, 2 Stunden und 54 Minuten aufsummiert, die man zu viel geschaltet hat. Seit dem Konzil von Nicäa waren das insgesamt zehn Tage zu viel.

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

Also beschloss die Reformkommission:

1. Auf den 4. Oktober 1582 folgt direkt der 15. Oktober 1582. So waren 10 Tage ausgelassen worden.
2. Alle Jahrhunderte wird nicht geschaltet, aber alle vierhundert Jahre doch wieder, was zusammen die drei Tage in vierhundert Jahren ausmacht.

Die Schaltregel

1. Ein Gemeinjahr hat 365 Tage.
2. Jedes durch 4 ohne Rest teilbare Jahr hat 366 Tage, ist also ein Schaltjahr und hat einen 29. Februar extra mit den folgenden Ausnahmen:
   a) Alle vollen Jahrhunderte sind Gemeinjahre mit 365 Tagen, also ohne Schalttag.
   b) Alle durch 400 ohne Rest teilbaren Jahre sind wieder Schaltjahre.

So war das Jahr 1900 kein Schaltjahr, im Jahr 2000 dagegen gab es einen 29. Februar.

Eine Nebenbedingung wurde extra erhoben, weil sie sich bis 1582 so ergeben hatte:

Ostern sollte nicht später als am 25. April gefeiert werden.

Um das einzuhalten (Das war schon immer so!), unternahmen die Kalenderreformer von 1582 gewaltige Anstrengungen.

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

Für das Osterfest bedeutet das alles nun die Einschränkung:

> Ostersonntag kann frühestens am 22. März liegen,
> spätestens aber am 25. April.

So war die Terminfrage elegant den Astronomen zugespielt worden. Sie mussten genau heraus finden, wann nach dem 20. März zum ersten Mal Vollmond eintritt, und damit den Ostertermin bestimmen.

Das Hauptproblem allerdings bestand darin, diesen Termin den verschiedenen Völkern in ihre eigenen Kalender einzutragen. Noch heute gibt es ja zum Beispiel sehr unterschiedliche Neujahrsfeste. Die Perser feiern zu ganz anderen Zeiten als die Russen oder wir. Das war damals sogar noch zerklüfteter. Russland hat erst im Zuge der Oktoberrevolution 1917 die Kalenderreform eingeführt. Die orthodoxe Kirche feiert bis heute das Weihnachtsfest nach der alten Schaltregel, also erst Anfang Januar.

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

16.4 Die Osterformel bis 1582

Da trat nun um 1800 herum der große Mathematiker Carl Friedrich Gauß[1] – die Gemeinde der Mathematiker nennt ihn „Princeps Mathematicorum“ – auf den Plan und bescherte der Menschheit eine Formel, mit der für lange Zeit der Ostertermin berechnet werden kann. Gauß entwickelte zuerst eine Formel für die Berechnung vor der Kalenderreform 1582. Dabei nutzte er geschickt die Gesetze der Zahlentheorie aus. Er hat diese Formel im August 1800 im Band II, S. 121-130, der Zeitschrift „Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde“, herausgegeben von Freiherr von Zach, veröffentlicht. Sie lautet in Kurzfassung:

Sei J das Jahr

a	=	Rest von J bei Division durch 19
b	=	Rest von J bei Division durch 4
c	=	Rest von J bei Division durch 7
N	= 6	
M	=	15
d	=	Rest von $(19 \cdot a + M)$ bei Division durch 30
		Wenn $d = 29$, so setze $D = 28$
		Wenn $d = 28$ und $a \geq 11$, so setze $D = 27$
		Sonst setze $D = d$
e	=	Rest von $2 \cdot b + 4 \cdot c + 6 \cdot d + N$ bei Division durch 7
Y	=	$D + e + 1$
		Ist $Y \geq 11$, so setze $y = Y - 10$ und
		Ostern ist am y. April
		Ist $Y < 11$, so setzte $y = Y + 21$ und
		Ostern ist am y. März

[1]Carl Friedrich Gauß (1777–1855)

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

16.5 Die Osterformel nach 1582

Im Jahre 1816 veröffentlichte Gauß in der „Zeitschrift für Astronomie und verwandte Wissenschaften“, herausgegeben von B. von Lindenau und J.G.F. Bohnenberger, den Beitrag „Berichtigung zu dem Aufsatze: Berechnung des Osterfestes“ seine erweiterte Formel, mit der nun auch das Datum des Osterfestes nach der Kalenderreform von 1582 richtig berechnet werden konnte:

Sei J das Jahr

a	=	Rest von J bei Division durch 19
b	=	Rest von J bei Division durch 4
c	=	Rest von J bei Division durch 7
H_1	=	ganzzahliger Anteil von $J/100$
H_2	=	ganzzahliger Anteil von $J/400$
N	=	$4 + H_1 - H_2$
M	=	$15 + H_1 - H_2 -$ ganzzahl. Anteil von $(8 \cdot H_1 + 13)/25$
d	=	Rest von $(19 \cdot a + M)$ bei Division durch 30
		Wenn $d = 29$, so setze $D = 28$
		Wenn $d = 28$ und $a \geq 11$, so setze $D = 27$
		Sonst setze $D = d$
e	=	Rest von $2 \cdot b + 4 \cdot c + 6 \cdot d + N$ bei Division durch 7
Y	=	$D + e + 1$
		Ist $Y \geq 11$, so setze $y = Y - 10$ und
		Ostern ist am y. April
		Ist $Y < 11$, so setzte $y = Y + 21$ und
		Ostern ist am y. März

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

16.6 Ein Basic-Programm

Wir lassen hier ein kleines Basic-Programm folgen. Es ist so geschrieben, dass es (hoffentlich) in allen Basic-Versionen läuft. Der Autor stellt aber auch gerne eine Ausführung „`ostern.exe`“ zur Verfügung. Kurze E-Mail reicht, und Sie erhalten dieses sofort ausführbare Programm als E-Mail-Anhang zugesendet.

```
10 CLS:PRINT ''WANN IST OSTERN?'':PRINT
20 INPUT''Eingabe der Jahreszahl (vierstellig):'';J
30 a=J-int(J/19)*19
40 b=J-int(J/4)*4
50 c=J-int(J/7)*7
60 IF J <1583 THEN M = 15 AND N = 6: GOTO 110
70 H1 = int(J/100)
80 H2 = int(J/400)
90 N = 4 + H1 - H2
100 M = 15 + H1 - H2 - int((8*H1+13)/25)
110 d=(19*a+M)-int((19*a+M)/30)*30
120 IF d=29 THEN D=28:GOTO 150
130 IF (d=28 AND a>=11) THEN D=27:GOTO 150
140 D=d
150 e=(2*b+4*c+6*D+N)- int((2*b+4*c+6*D+N)/7)*7
160 Y=D+e+1
170 IF Y<11 GOTO 210
180 Y=Y-10
190 PRINT''Im Jahr '';J;:PRINT''ist Ostersonntag am '';Y;
:PRINT''. April''
200 GOTO 230
210 Y=Y+21
220 PRINT''Im Jahr '';J;:PRINT''ist Ostersonntag am '';Y;
:PRINT''. März''
230 End
```

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

16.7 Schlussbemerkungen

Gültigkeit der Gaußformel

Mit der Schaltregel macht man immer noch einen Fehler, der in 400 Jahren 2 Stunden und 54 Minuten, also knapp 3 Stunden ausmacht. In 3200 Jahren hat sich das zu fast einem Tag summiert. Da man 1583 mit dieser Schaltregel begann, wird man also im Jahre $1583 + 3200 = 4783$ über ein erneutes Schalten nachdenken müssen. Da aber auch der Mond nicht in genau 29 Tagen einmal um die Erde herumläuft, sondern zwischen 29.274 und 29.830 Tagen, ergeben sich auch daraus Abweichungen, die sich aber mit den ersten Abweichungen teilweise aufheben. Alles in allem wird so wohl die Schaltregel einige tausend Jahre aufrechterhalten bleiben können.

> Solange wie die Schaltregel bestehen bleibt, so lange bleibt natürlich auch die Formel von Herrn Gauß gültig.

Erst wenn man die Schaltregel ändern muss, muss auch die Formel angepasst werden. Dazu aber braucht es keinen neuen Gauß, denn eine solche Anpassung ist ja nur eine Verschiebung um einen Tag, das kann jedes Kind. Die Leistung von Carl Friedrich Gauß liegt in der erstmaligen Entwicklung einer solchen Formel.

Bemerkungen zum Markustag

Irgendein selbsternannter Augur hat mal vorausgesagt: Wenn der Markustag der Ostersonntag ist, beginnt der dritte Weltkrieg. Der Markustag ist der 25. April. Tatsächlich ist der 25. April das äußerste Datum für den Ostersonntag. Prinzipiell wäre auch noch der 26. April möglich, aber

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007

da dieses Datum jahrhundertelang wegen der vereinfachten Schaltregel nicht als Ostersonntag vorkam, haben die Väter der Reform von 1582 durch sehr raffinierte Zusatzbestimmungen die Grenze auf den 25. April gelegt. Dieses Datum ist aber im Laufe von Jahrmillionen nur mit 0.7 % am Osterdatum beteiligt, also wirklich ein recht seltenes Datum.

Nun, das Jahr 1943 war solch ein denkwürdiges Jahr: Ostern war am 25. April. Das nächste Mal tritt das wieder im Jahre 2038 ein. Der Autor wird es nicht erleben, ob 2038 der dritte Weltkrieg ausbricht. Aber er hat schon etliche vorhergesagten Katastrophen unbeschadet überlebt. So ist sein Geburtsjahr 1943.

Seine Enkelkinder aber werden das überprüfen können. Es wäre mehr als verwunderlich, wenn Politiker oder solche, die sich dafür halten, gerade dann zum Weltkrieg aufrufen. Der Autor hofft inständig, dass es niemals mehr zu solch einer Katastrophe kommen wird.

Ostern und das Passah-Fest

Durch die reichlich komplizierten Manipulationen, dass Ostersonntag bitte nicht am 26. April eintreten möchte, hatte man aber eine Sache übersehen, die eindeutig im Widerspruch zur Bibel steht. Ostersonntag war am Tag *nach* dem Frühlingsvollmond.

1981 passierte es, dass Ostersonntag am 18. April lag, und das war genau der Vollmondtag. Ostersonntag fiel also 1981 mit dem jüdischen Passah-Fest zusammen. Nun, die ganze Christenheit hat das so gefeiert, und niemandem hat es geschadet.

Norbert Herrmann. Können Hunde rechnen?
ISBN 978-3-486-58021-1. Oldenbourg Wissenschaftsverlag. München 2007